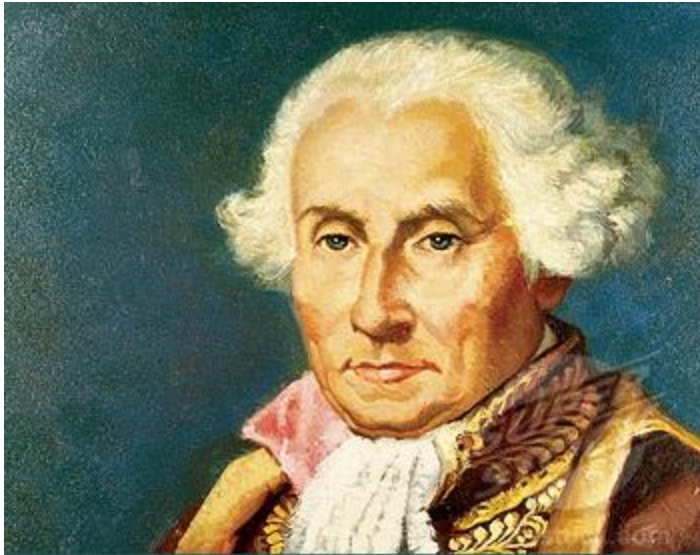


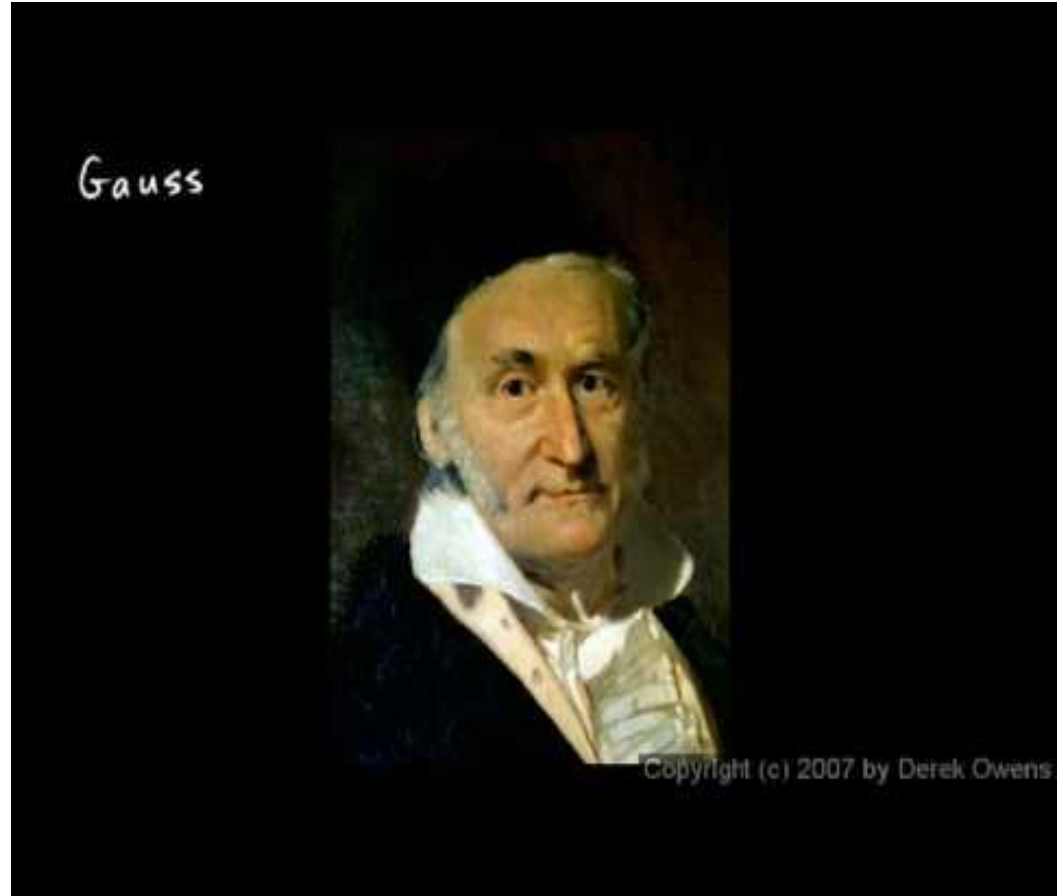
PHÂN PHỐI CHUẨN (Normal distribution)



"It is remarkable that a science which began with the consideration of games of chance should have become the most important object of human knowledge."

Pierre Simon de Laplace

1778



1809

PHÂN PHỐI CHUẨN

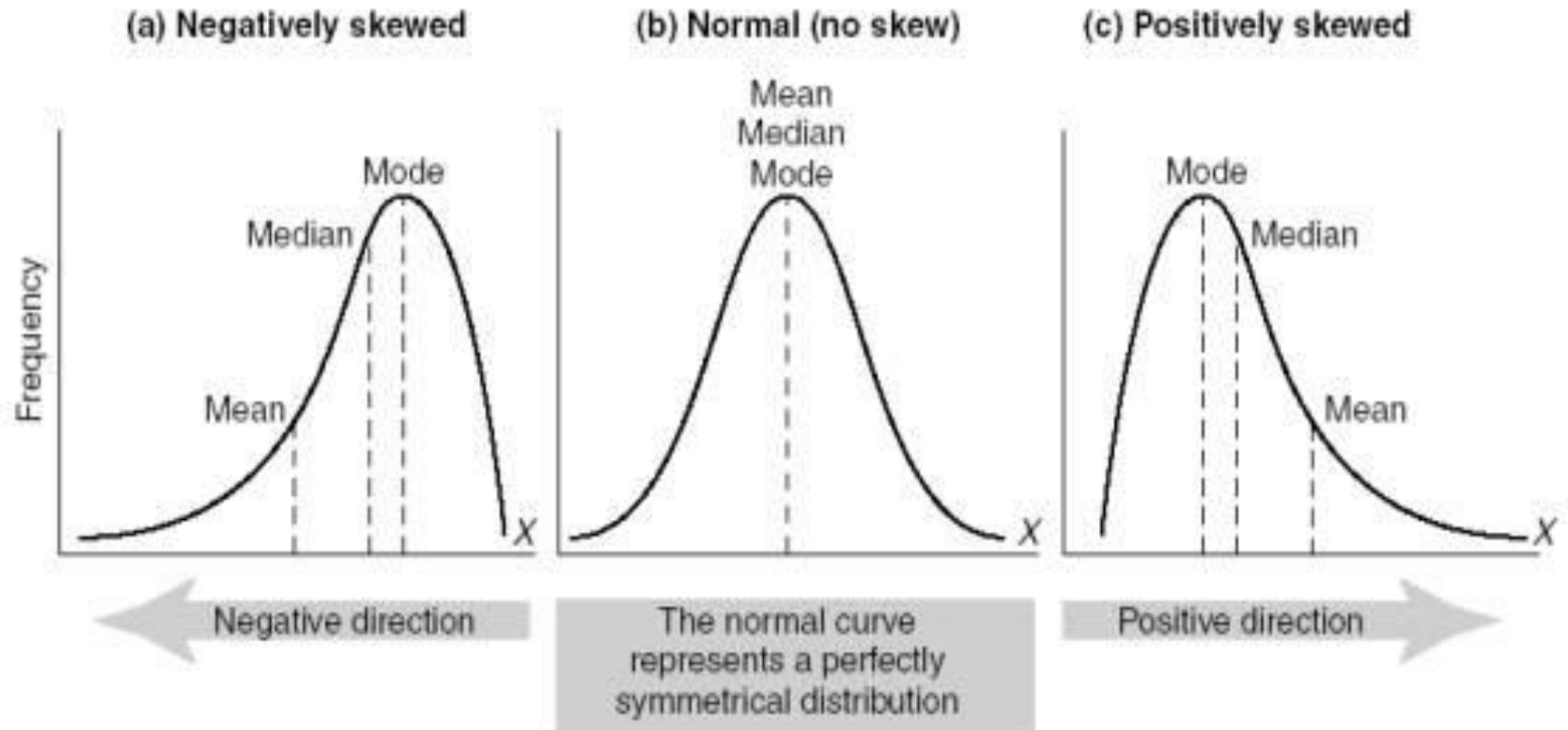
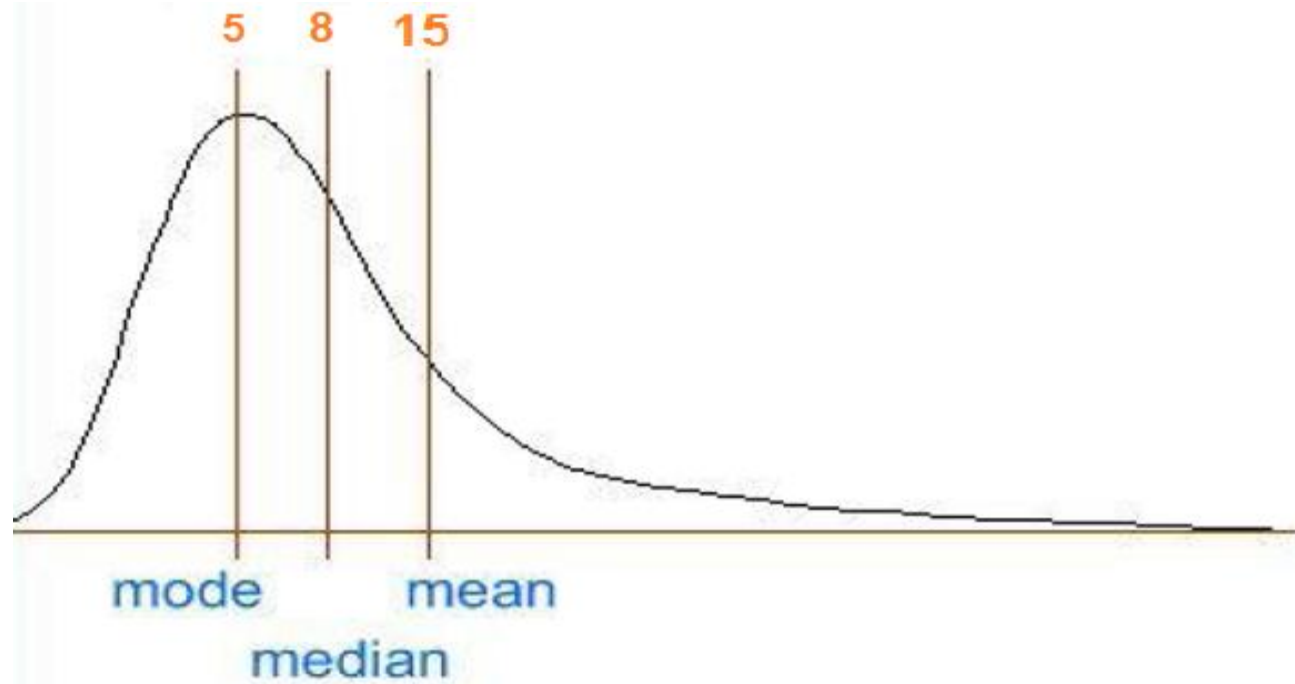


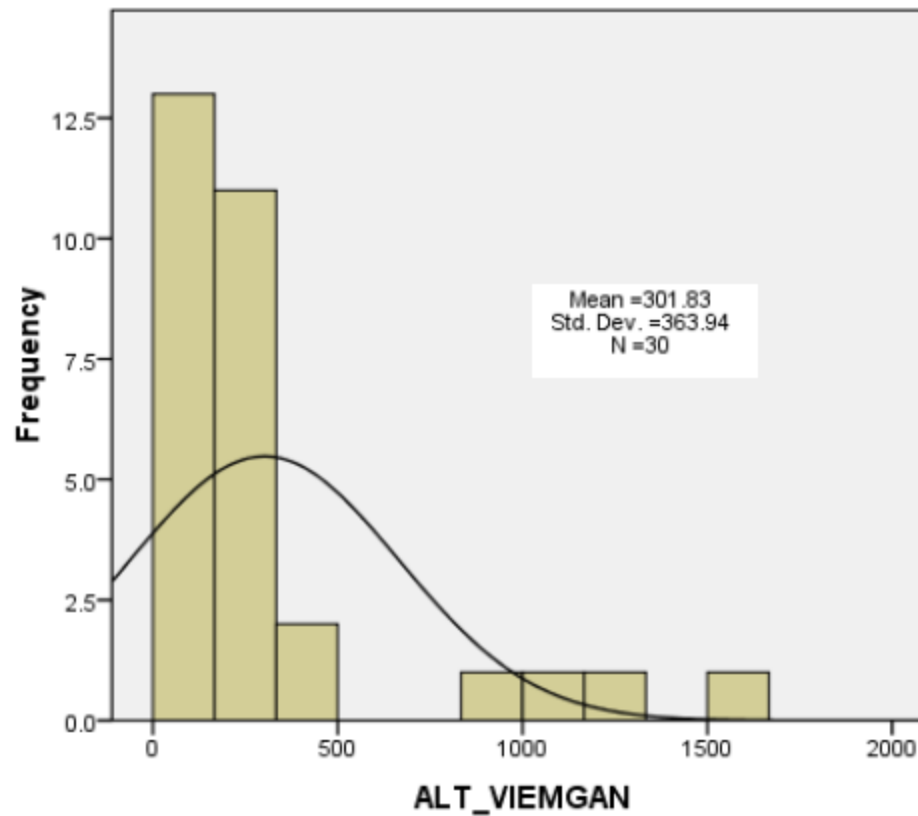
FIGURE 15.6 Examples of normal and skewed distributions

PHÂN PHỐI KHÔNG CHUẨN



Điểm thi đại học

PHÂN PHỐI KHÔNG CHUẨN (Xiên phải)



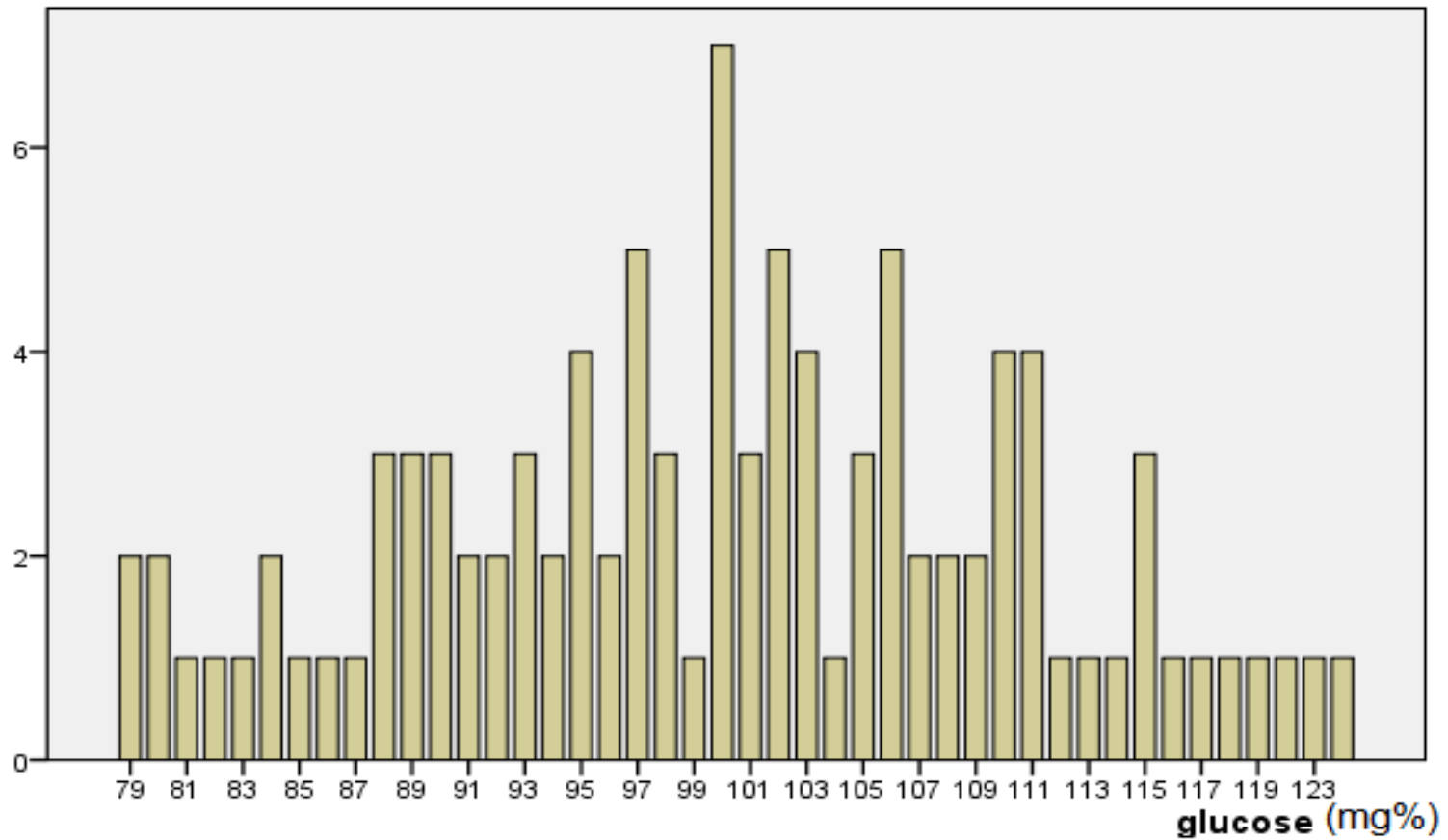
PHÂN PHỐI CHUẨN

Kết quả đường máu (mg%) 100 người lớn khỏe mạnh

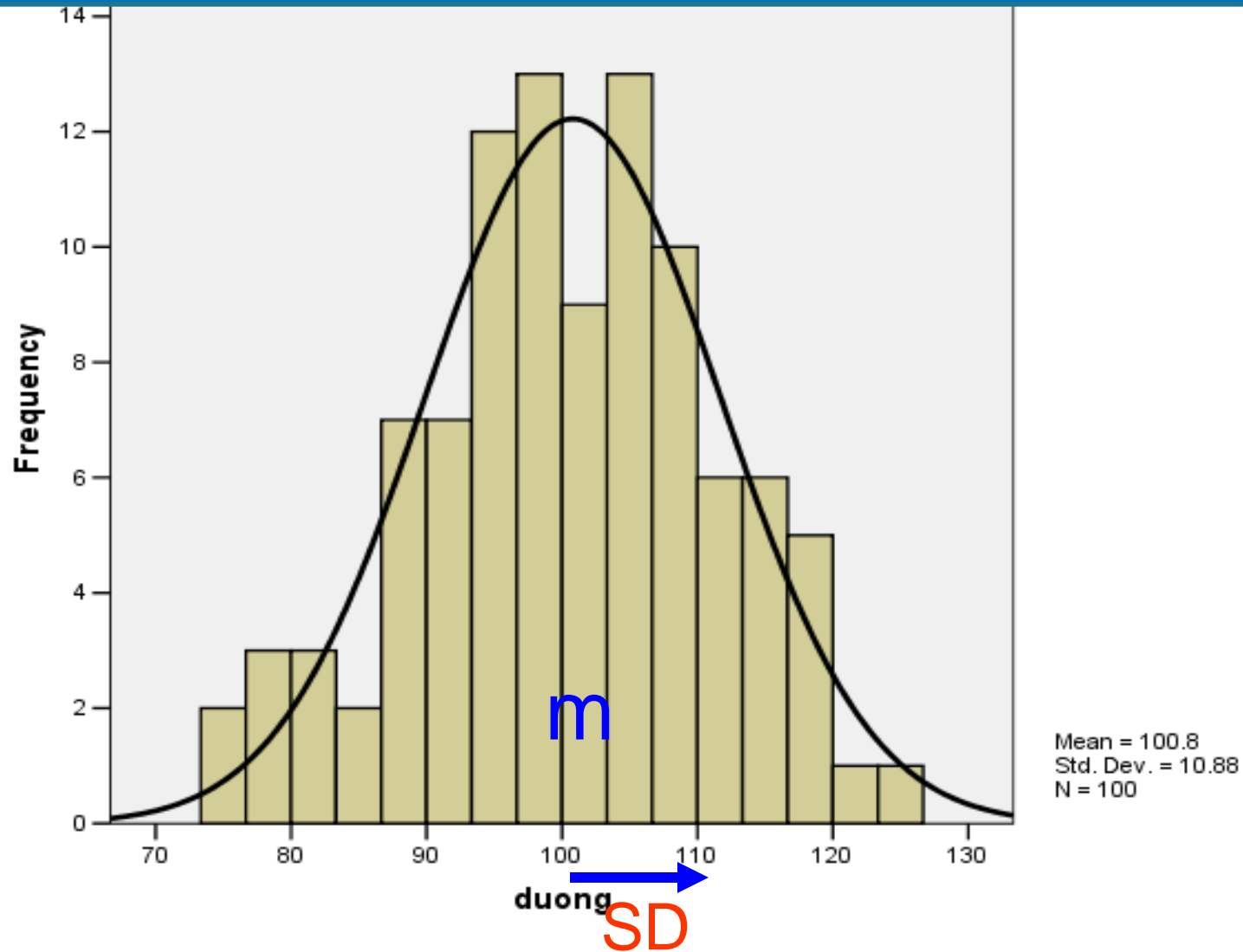
97	100	94	106	103	108	97	92	113	112
88	108	95	101	124	95	119	99	84	93
82	114	88	85	79	90	104	104	109	98
94	89	102	98	93	102	102	102	110	109
94	114	106	109	103	90	93	83	104	106
100	111	101	88	80	91	103	91	91	119
97	116	118	117	95	92	123	81	102	95
106	106	95	103	96	89	94	122	110	104
84	108	104	98	98	97	105	109	98	86
105	97	87	111	107	115	96	94	79	107

PHÂN PHỐI CHUẨN

Tần số



PHÂN PHỐI CHUẨN



TRUNG BÌNH, PHƯƠNG SAI, ĐỘ LỆCH CHUẨN

0 1 1 1 2 6 7 8 10

Trung vị (mediane): 2

Trung bình (mean) : $36/9=4$

Phương sai (Variance): $s^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}$

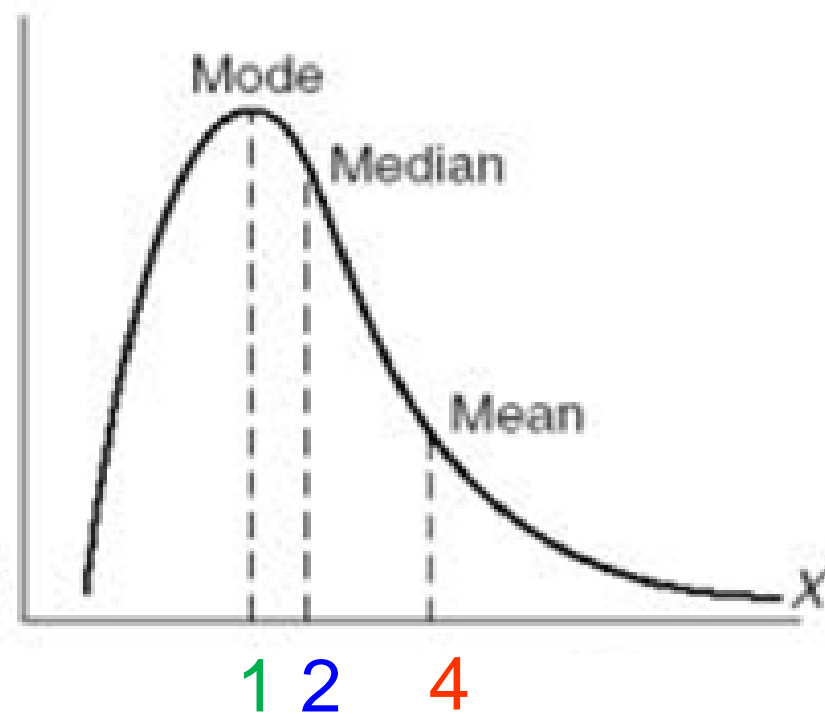
$$(0-4)^2 + (1-4)^2 + (1-4)^2 + (1-4)^2 + (2-4)^2 + (6-4)^2 + (7-4)^2 + (8-4)^2 + (10-4)^2 = \\ 16 + 9 + 9 + 9 + 4 + 4 + 9 + 16 + 36 = 112/8=14$$

Độ lệch chuẩn (standard deviation): $\sqrt{14} = 3,7$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{X} - X_i)^2}$$

TRUNG BÌNH, TRUNG VỊ VÀ MODE

0 1 1 1 2 6 7 8 10



TRUNG BÌNH, PHƯƠNG SAI, ĐỘ LỆCH CHUẨN

Trị số trung bình (mean):

$$m = 78+80+99+112+\dots/100$$

$$m = \frac{\sum x}{100}$$

Độ lệch chuẩn (standard deviation):

$$SD = \sqrt{\frac{(x_i - m)^2}{n-1}}$$

$$SD = \sqrt{(78-100)^2 + (80-100)^2 + (99-100)^2 + \dots / 99}$$

$$SD = 10$$

HÀM MẬT ĐỘ PHÂN PHỐI CHUẨN

$$f(x) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\delta}\right)^2}$$

δ : độ lệch chuẩn=SD

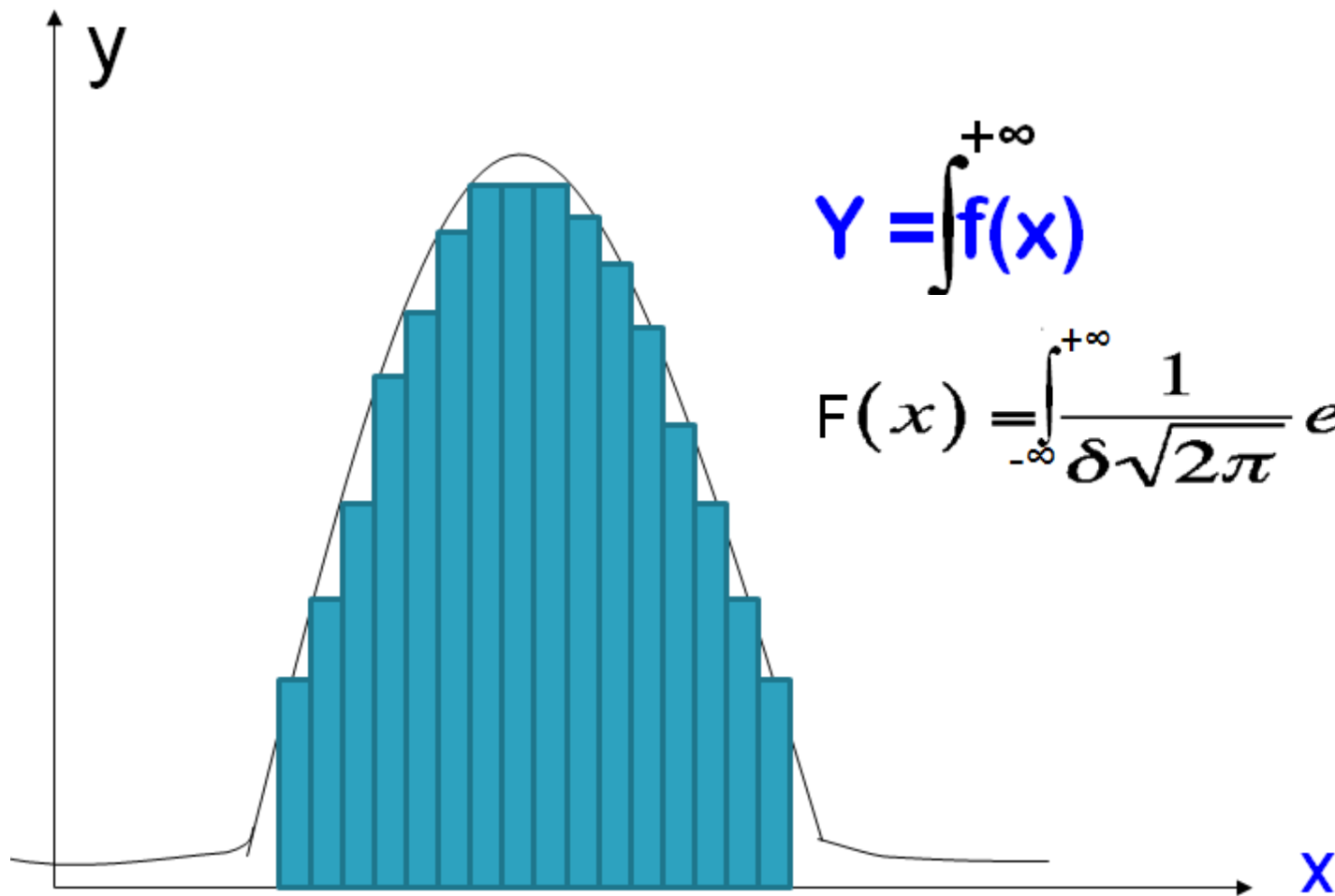
e : 2.718 cơ số logarit Neper

μ : số trung bình

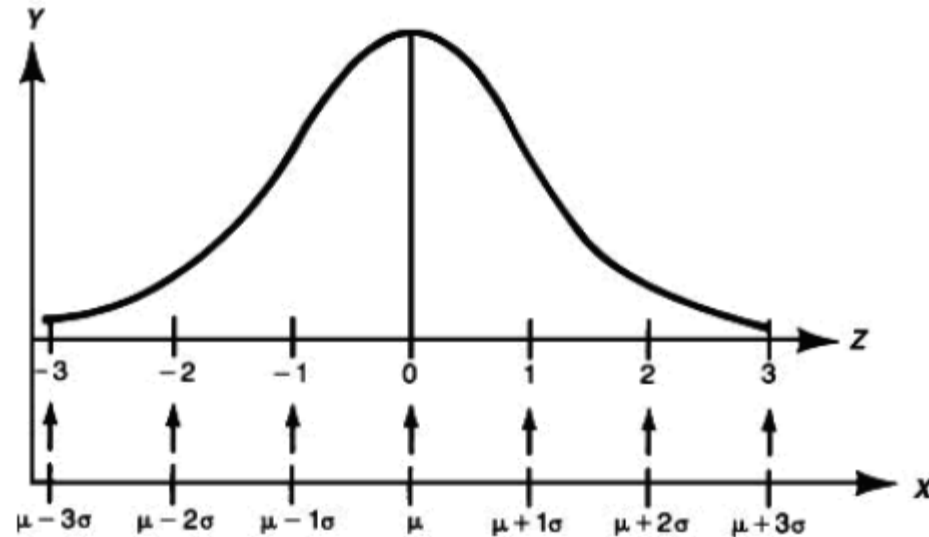
π : 3.1416

HÀM XÁC SUẤT CHUẨN TÍCH LŨY

(Diện tích dưới đường cong)



HÀM PHÂN PHỐI CHUẨN TẮC



Biểu đồ 3. Biến đổi phân phối chuẩn X (trị trung bình μ , độ lệch chuẩn σ) thành phân phối chuẩn tắc Z (trị trung bình=0, độ lệch chuẩn=1).

HÀM PHÂN PHỐI CHUẨN TẮC

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

HÀM PHÂN PHỐI CHUẨN TẮC

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

HÀM PHÂN PHỐI CHUẨN TẮC

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Nếu $z=0$, $f(z) = 0.04 e^{-\frac{1}{2}\left(0\right)^2} \Rightarrow P(x)=0.04$

Nếu $z=1$, $f(z) = e^{-\frac{1}{2}\left(1\right)^2} \Rightarrow P(x)=0.024$

Nếu $z=2$, $f(z) = e^{-\frac{1}{2}\left(2\right)^2} \Rightarrow P(x)=0.012$

$$\text{Exp}(-0.5)=0.6 ; \text{Exp}(-1)=0.36$$

HÀM XÁC SUẤT CHUẨN TÍCH LŨY

$$F(\mathbf{z}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{z})^2}$$

$$f(z) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

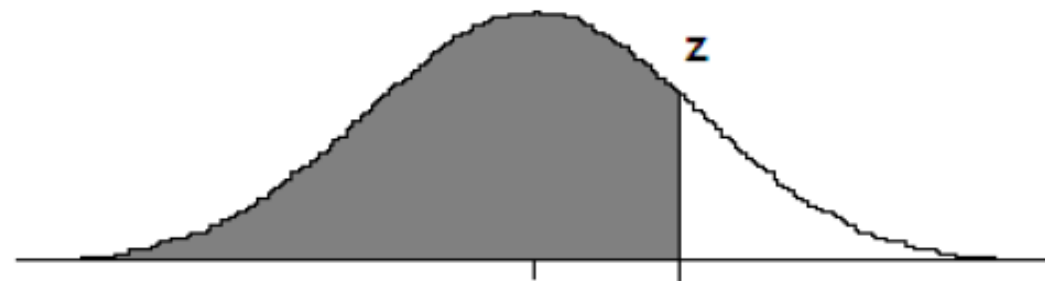
Công thức tính tích phân hàm $F(z)$ khá rắc rối thường ta dùng bảng tính xác suất dưới đường cong chuẩn (bảng phụ lục 2.1) để tính. Xem bảng $z=0 \rightarrow z=1: F(z)=0,34$.

$$P(0 \leq z \leq 1) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0,34$$

Vi dụ: $Z=0 \rightarrow p= 0.50$

$Z=1 \rightarrow p= 0.84$

$Z=2 \rightarrow p= 0.97$



Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319



Các khoảng đặc biệt có thể tính nhẩm xác suất:

$$P(-\infty \leq z \leq 0) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0,5$$

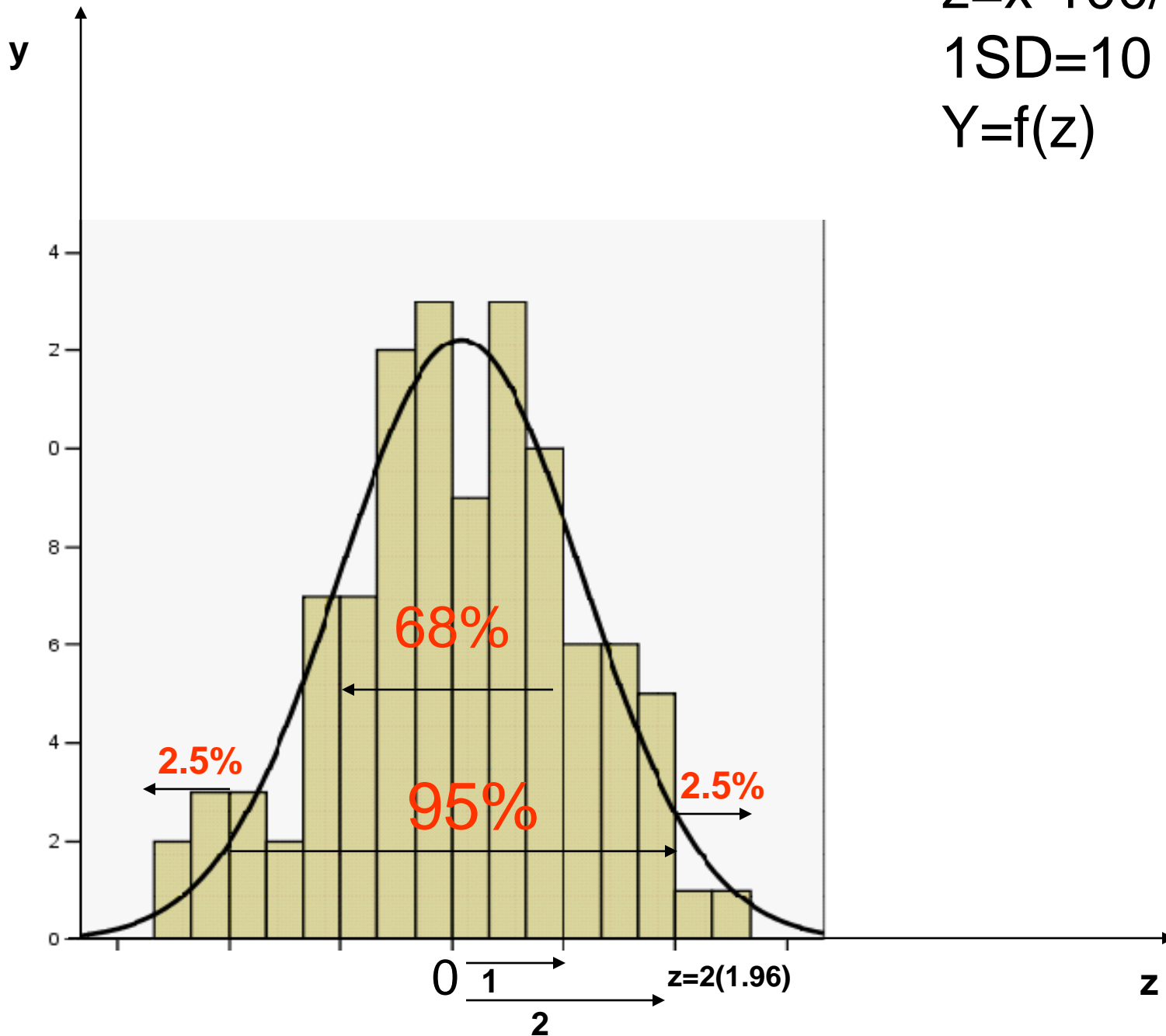
$$P(0 \leq z \leq +\infty) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 0,5$$

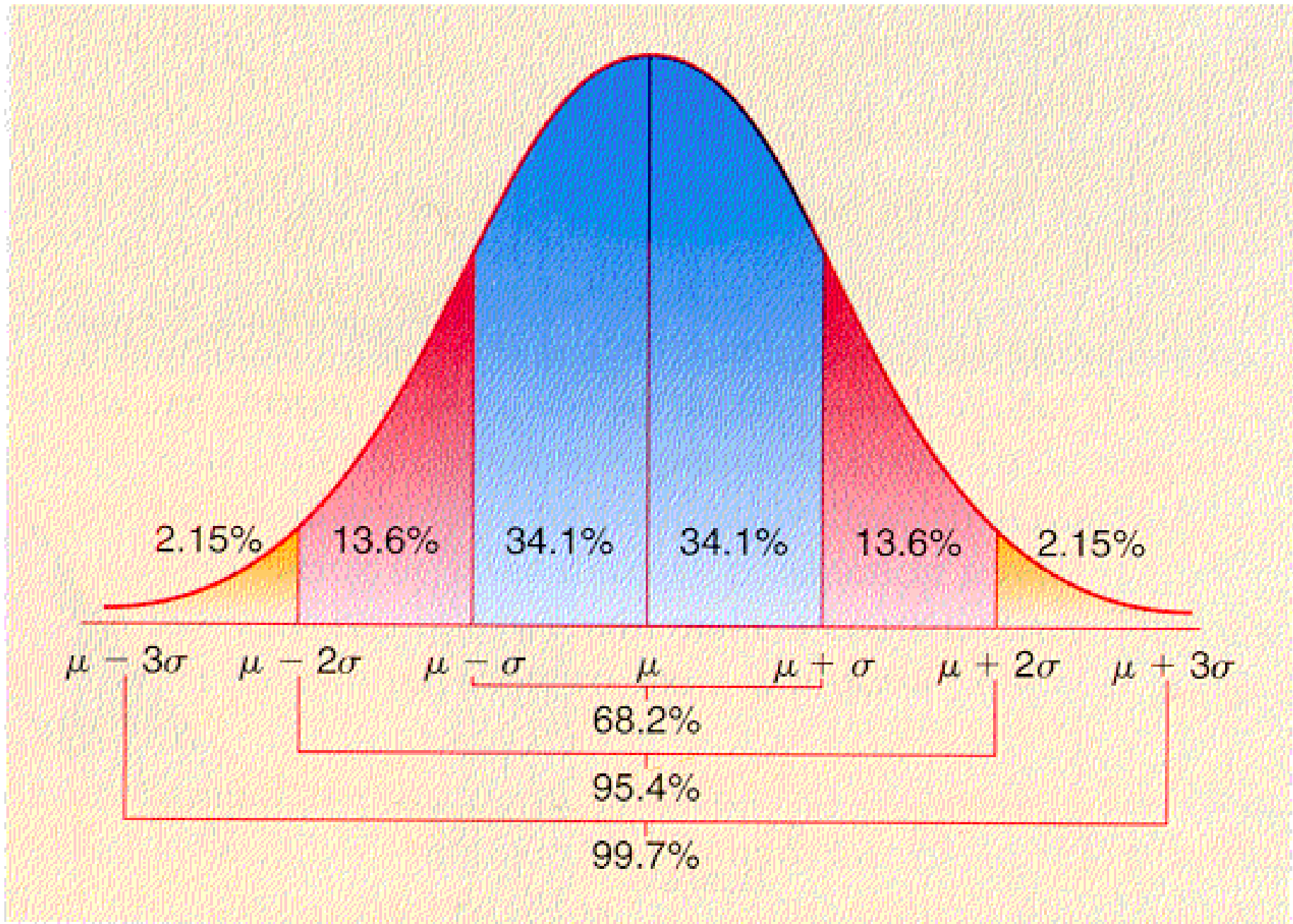
$$P(-\infty \leq z \leq +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 1$$

$$z = \frac{x - 100}{SD}$$

$$1SD = 10$$

$$Y = f(z)$$

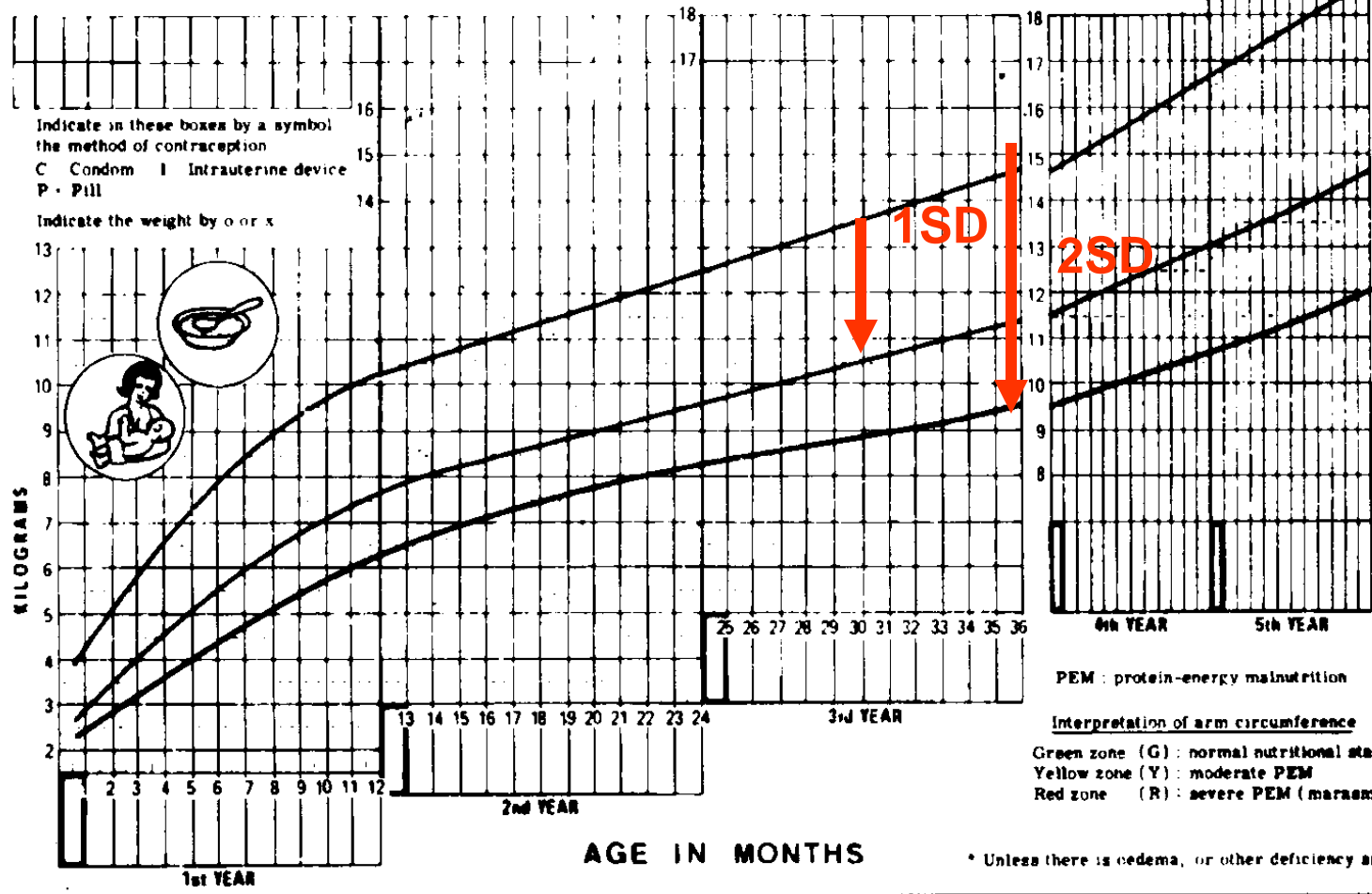




ỨNG DỤNG PHÂN PHỐI CHUẨN

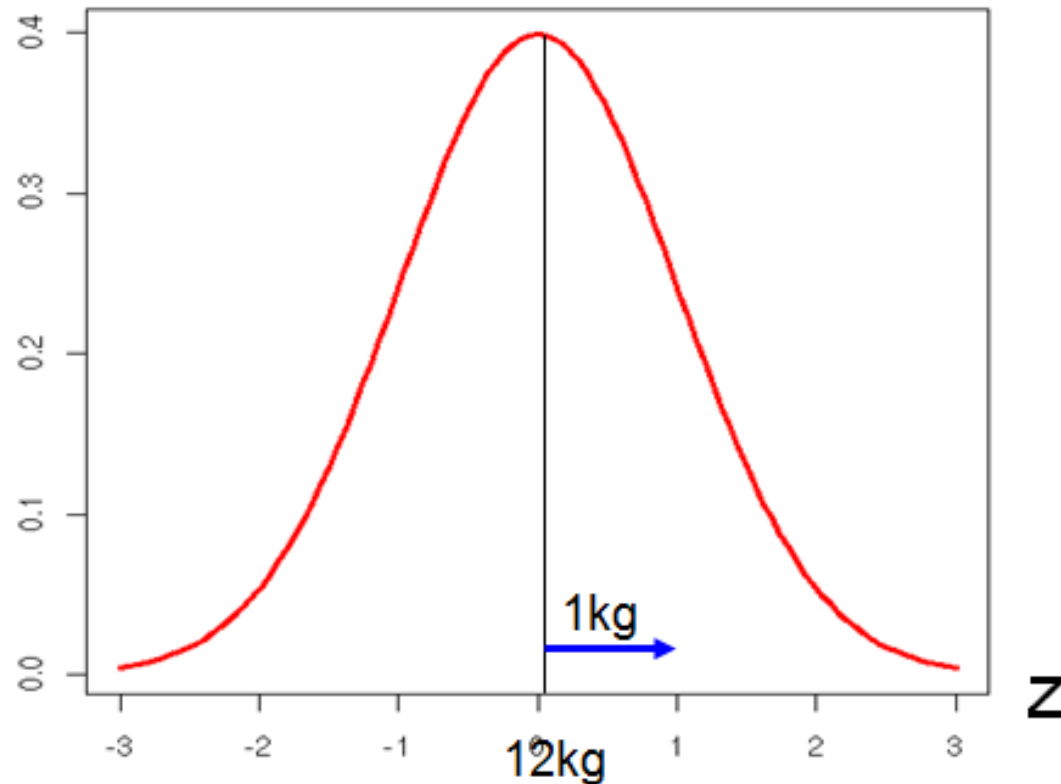
Name
 Date of birth
 Spacing of births desired months

Z SCORE



ỨNG DỤNG PHÂN PHỐI CHUẨN

Cân 1000 trẻ 2 tuổi BT, có $m=12\text{kg}$, $SD=1\text{kg}$
Hỏi có bao nhiêu trẻ có cân nặng $\leq 10\text{kg}$ và $\leq 11\text{kg}$?



GIÁ TRỊ TỚI HẠN

